A. ALGEBRA A ARITMETIKA

1. Relace. Relace ekvivalence a kongruence. Příklady na užití relace ekvivalence při zavádění pojmů v algebře a geometrii (budování číselných oborů, ordinální a kardinální čísla). Faktorová grupa a faktorový okruh podle relace kongruence.
2. Relace uspořádání. Hasseův diagram. Příklady užití relace uspořádání při zavádění pojmů v algebře a geometrii (uspořádaný obor integrity, uspořádání řezů.
3. Algebraické struktury. Pologrupa, grupa, okruh, obor integrity, těleso, normální podgrupa, ideál, faktorová grupa, faktorový okruh (definice a příklady některých z těchto struktur).
4. Homomorfismus a izomorfismus algebraických struktur. Definice. Věta o homomorfismu grup a okruhů. Vnoření struktury do struktury popř. rozšíření struktury.
5. Vektorový prostor. Báze a dimenze, skalární, vnější a vektorový součin. Souvislost vektorových prostorů s řešením soustav lineárních rovnic.
6. Matice nad tělesem. Hodnost matice. Operace na množině matic, vlastnosti těchto operací. Inverzní matice. Determinant (definice). Vlastnosti determinantů. Způsoby výpočtu determinantů.
7. Polynomy. Polynomy jedné a více neurčitých a polynomy jedné a více proměnných. Kořen polynomu. Elementární symetrické polynomy. Vztahy mezi koeficienty polynomů a kořeny.
8. Adjunkce k oboru integrity. Kořenové a rozkladové těleso polynomu. Algebraické a transcendentní prvky. Zavedení komplexních čísel pomocí adjunkce. Těleso algebraicky uzavřené.
9. Binomická rovnice. N-té odmocniny z jedné. Primitivní n-tá odmocnina z jedné. Goniometrické řešení těchto rovnic.
10. Nelineární rovnice. Polynomy a rovnice. Kvadratické a kubické rovnice. Odvození vzorců pro výpočet kořenů těchto rovnic. Pojem algebraického řešení nelineárních rovnic. Další typy algebraicky řešitelných rovnic. Řešitelnost.
11. Přirozená čísla. Peanova axiomatika. Kardinální a ordinální čísla.
12. Celá čísla. Zavedení celých čísel pomocí dvojic přirozených čísel. Základní vlastnosti. Věta o vnoření pologrupy do grupy. Diferenční okruh.
13. Racionální čísla. Jejich zavedení užitím dvojic přirozených čísel a pomocí dvojic celých čísel. Husté uspořádání. Podílové těleso.
14. Reálná čísla. Zavedení těchto čísel. Spojitost a úplnost tělesa reálných čísel.
15. Komplexní čísla. Zavedení pomocí dvojic reálných čísel. Základní vlastnosti. Geometrická interpretace sčítání a násobení komplexních čísel v Gaussově rovině.
16. Dělitelnost (asociovanost, jednotky, ireducibilní prvek, prvočinitel). Největší společný dělitel a nejmenší společný násobek. Euklidovský obor integrity. Důkazy kritérií dělitelnosti v desítkové soustavě. Gaussovy okruhy. Charakteristika oboru integrity. Číselná kongruence. Fermatova věta.

B. MATEMATICKÁ ANALÝZA

1. Posloupnosti reálných čísel. Vlastní a nevlastní limita posloupnosti, vybraná posloupnost. Věty pro počítání limit (součet, součin, podíl, sevření). Limita monotónní posloupnosti, zavedení čísla e. Bolzanova-Cauchyova podmínka. Limita posloupnosti komplexních čísel, příp. bodů v euklidovském prostoru.
2. Řady reálných nebo komplexních čísel. Konvergence, divergence, součet řady. Bolzanova-Cauchyova podmínka. Kritéria konvergence řad s nezápornými členy (srovnávací, odmocninové, podílové, integrální). Leibnizovo. Absolutní a relativní konvergence. Kritéria absolutní konvergence. Přerovnávání řad.
3. Reálné funkce jedné reálné proměnné. Graf funkce. Funkce prostá, monotónní, sudá, lichá, periodická, inverzní. Elementární funkce, jejich vlastnosti a grafy. Funkce exponenciální, logaritmické, goniometrické, cyklometrické. Jejich derivace, rozvoj v řadu.
4. Spojitost a limita (vlastní nebo nevlastní, ve vlastním nebo nevlastním bodě) funkce jedné reálné proměnné. Jednostranné limity. Věty pro počítání limit. Vztah mezi limitou a spojitostí. Věty o funkcích spojitých v intervalu.
5. Množiny v metrických prostorech. Euklidovský prostor. Uzávěr, vnitřek, hranice, izolovaný bod, hromadný bod množiny. Otevřené a uzavřené množiny, jejich vlastnosti. Limita a spojitost zobrazení z prostoru do prostoru. Heineho věty. Kompaktní prostory, jejich vlastnosti a spojitá zobrazení. Kompaktní množiny v euklidovských prostorech.
6. Derivace funkce jedné reálné proměnné. Definice, věty pro počítání derivací, vztah ke spojitosti. Věty Rolleova a Langrangeova. Věty pro vyšetřování průběhu funkcí (monotonie, konvexnost, konkávnost) v intervalu pomocí derivace. Asymptoty grafu. L´Hospitalova pravidla. Taylorův polynom. Taylorova věta.
7. Primitivní funkce, neurčitý integrál, definice, metody výpočtu. Newtonův integrál. Definice, linearita, monotonie, aditivita. Integrace per partes a substituční metoda.
8. Riemannův integrál. Definice, základní vlastnosti, linearita, aditivita, monotonie. Věty o existenci integrálu a primitivní funkce. Vztah Riemannova a Newtonova integrálu. Aplikace v geometrii. Nevlastní Riemannův integrál.
9. Diferenciální počet funkcí více proměnných. Spojitost, parciální derivace, totální diferenciál, vzájemné vztahy. Diferenciál a parciální derivace složených funkcí. Věty o implicitně zadaných funkcích. Absolutní, lokální a vázané extrémy funkcí.
10. Diferenciální rovnice 1. řádu. Lineární rovnice, integrační faktor. Separace proměnných, homogenní rovnice. Věta o řešení rovnice $y' = f(x,y)$.

11. Lineární diferenciální rovnice řádu n. Vlastnosti množiny všech řešení. Fundamentální systém, Wronského determinant. Metoda variace konstant. Řešení rovnic s konstantními koeficienty. Využití speciálního tvaru pravé strany.
12. Bodová a stejnoměrná konvergence posloupností a řad funkcí v množině. Bolzanova-Cauchyova podmínka. Kritéria stejnoměrné konvergence posloupností a řad . Limitování, derivování a integrování člen po členu.
13. Mocninné řady. Abelovo lemma, poloměr, interval, kruh a obor konvergence mocninné řady. Stejnoměrná konvergence, derivování a integrování mocninné řady. Taylorovy řady, podmínky jejich konvergence, použití k přibližným výpočtům.
14. Základní pojmy teorie míry. Sigma - algebra, borelovské množiny, míra, úplná míra, měřitelné funkce, jednoduché funkce. Lebesgueova míra v Rn. Definice abstraktního Lebesgueova integrálu. Měřitelné funkce a jejich vlastnosti.Integrál a míra v R. Srovnání Lebesgueova a Riemannova ingrálu.Součin měr, Fubiniova věta.

C. GEOMETRIE

1. Afinní prostor. Definice a základní vlastnosti. Lineární soustava souřadnic a souřadnice bodů. Podprostory afinního prostoru a jejich vyjádření jednak pomocí parametrických rovnic a jednak analytických rovnic. Určování bodů a podprostorů v konstrukční geometrii resp. v některém promítání.
2. Dělící poměr a dvojpoměr. Věta Menelaova a Cevova. Jejich důkazy.
3. Vzájemná poloha podprostorů afinního prostoru. Příčky mimoběžných podprostorů afinního a euklidovského prostoru. Příčka jdoucí bodem, mající daný směr a osa mimoběžek. Algebraické řešení. Řešení v daném promítání.
4. Vektorový prostor se skalárním součinem. Euklidovský prostor. Definice a základní vlastnosti. Vnější a vektorový součin. Užití při výpočtu obsahu a objemu.
5. Kolmost a totální kolmost podprostorů v euklidovském prostoru. Vzdálenost dvou podprostorů. Odchylka přímky a podprostoru. Odchylka dvou přímek, přímky a nadroviny, dvou nadrovin. Odchylka dvou přímek a vzdálenost dvou přímek v Mongeově projekci a kótovaném promítání.
6. Afinní zobrazení v An. Asociovaný homomorfismus afinního zobrazení. Samodružné elementy afinního zobrazení. Základní afinity. Osová afinita a její vlastnosti. Afinita mezi kružnicí a elipsou. Sdružené průměry kuželoseček. Rytzova konstrukce.
7. Shodná zobrazení v En. Souměrnost podle nadroviny. Rozklad shodnosti na souměrnosti podle nadroviny. Shodnosti v rovině. Shodnosti v rovině a jejich rozklad na osové souměrnosti. Užití shodných zobrazení při řešení konstrukčních úloh.
8. Podobná zobrazení v En. Rozklad podobnosti na stejnolehlost a shodnost. Podobnosti v rovině. Samodružné body vlastní podobnosti. Stejnolehlost dvou kružnic. Mocnost bodu ke kružnici. Užití podobných zobrazení při řešení konstrukčních úloh.
9. Kruhová inverze v rovině. Základní vlastnosti. Obraz bodu, přímky a kružnice v kruhové inverzi. Apolloniovy úlohy. Užití kruhové inverze při řešení Apolloniových úloh.
10. Kuželosečky a kvadriky jako množiny bodů v E2 a E3 definované pomocí vzdálenosti. Rovnice kuželoseček a kvadrik. Odvození některých z těchto rovnic.
11. Bilineární formy. Kvadratické formy. Definice. Základní vlastnosti. Symetrické a antisymetrické bilineární formy. Vrchol. Polární bilineární forma kvadratické formy.
12. Kvadriky v n-dimenzionálním prostoru. Základní vlastnosti kvadrik. Matice a determinant kvadriky. Zobrazení kužele a válce v Mongeově projekci a kótovaném promítání. Průniky přímky a roviny s těmito singulárními kvadrikami, tečné roviny.
13. Polární vlastnosti kvadrik. Body konjugované vzhledem ke kvadrice. Singulární body kvadriky. Vrchol kvadriky. Polární a tečná nadrovina kvadriky. Afinní vlastnosti kvadrik. Střed. Asymptotický směr a asymptotická nadrovina. Průměr sdružený se směrem. Signatura kvadriky.
14. Metrické vlastnosti kvadrik. Hlavní směry kvadriky. Osová nadrovina kvadriky.

D. DIDAKTIKA MATEMATIKY

Při státní zkoušce z didaktiky matematiky má uchazeč prokázat svou způsobilost k učitelství matematiky na střední škole v tom smyslu, že:
1. má vyhovující znalostí o koncepci výuky matematiky na střední škole
2. má přehled o učivu matematiky příslušného stupně školy
3. má přehled o možnostech didaktického zpracování jednotlivých tématických celků
4. má dovednost z daných materiálů (učebních osnov, učebnic) vhodně metodicky zpracovat daný úsek učiva

1. Definice v matematice. Induktivní a deduktivní přístup k zavádění pojmů. Definice ve školní výuce. Příklady.
2. Matematická věta. Pojem matematické věty, druhy matematických vět. Matematická věta ve školním vyučování.
3. Důkazy v matematice. Pojem matematického důkazu, druhy důkazů. Úloha důkazů ve výuce matematiky.
4. Číselné obory na SŠ. Čísla přirozená, celá, racionální. Dělitelnost v oboru Z.

5. Reálná čísla. Pojem reálného čísla, úloha geometrického modelu. Operace s iracionálními čísly na SŠ, odstraňování iracionálního čísla ze jmenovatele zlomku, absolutní hodnota reálného čísla a její geometrický význam. Okolí bodu, aproximace iracionálních čísel; kalkulačka.
6. Komplexní čísla. Zavedení, zobrazení, početní operace. Algebraický a goniometrický tvar. Interpretace početních operací v geometrickém modelu. Mocnina komplexního čísla, komplexní odmocnina. Exponenciální tvar komplexního čísla.
7. Lineární rovnice a nerovnice a jejich soustavy. Způsoby řešení, řešení soustav. Rovnice a nerovnice s absolutními hodnotami.
8. Kvadratické rovnice, kvadratické nerovnice. Způsoby řešení, důkaz vzorce, Viétova věta, rozklad kvadratického trojčlenu.
9. Rovnice a nerovnice vyšších stupňů na SŠ. Řešení binomické a trinomické rovnice, rovnice reciproké. Nerovnice s neznámou ve jmenovateli, nerovnice vyšších stupňů.
10. Rovnice a nerovnice s parametrem a jejich řešení.
11. Funkce v učivu SŠ. Zavedení pojmu, vlastnosti funkcí, elementární funkce - rovnice, obor, graf, vlastnosti. Funkce s absolutními hodnotami. Funkce inverzní a složené.
12. Exponenciální a logaritmické funkce. Logaritmus. Exponenciální a logaritmické rovnice - metody řešení. Věty o logaritmování - důkazy.
13. Posloupnosti a řady. Základní pojmy, aritmetická a geometrická posloupnost, důkaz věty o součtu geometrické řady. Úlohy o posloupnostech a řadách. Aplikace.
14. Základy diferenciálního počtu na SŠ. Výchozí poznatky k výkladu tématického celku. Učivo o limitě, pojem derivace a jeho zavedení, diferencování funkce, věty o derivacích. Aplikace učiva.
15. Základy integrálního počtu na SŠ. Pojem neurčitého a určitého integrálu, otázka pořadí. Metodické otázky. Aplikace.
16. Goniometrické funkce na SŠ. Možnosti zavedení, vlastnosti, úloha grafu, grafy funkcí. Součtové vzorce a jejich důkazy. Tabulky funkcí. Lineární interpolace. Vztahy mezi goniometrickými funkcemi. Další vzorce.
17. Učivo trigonometrie na SŠ. Základní trigonometrické věty a jejich důkazy. Řešení úloh o trojúhelníku.
18. Množiny všech bodů dané vlastnosti. Možnosti zavedení pojmu. Věty o množinách bodů a jejich důkazy. Věta o středovém a obvodovém úhlu (důkaz), Thaletova věta - důkaz.
19. Řešení konstrukčních úloh na SŠ. Metodika řešení konstrukčních úloh. Typy úloh. Úlohy řešené užitím množiny bodů, shodných zobrazení, podobných zobrazení.
20. Shodná zobrazení na SŠ. Pojem, klasifikace, skládání shodných zobrazení, role osové souměrnosti. Užití shodných zobrazení.
21. Podobnost a stejnolehlost na SŠ. Podobnost na množině útvarů, podobné zobrazení. Podobnost trojúhelníků, věty. Podobnost rovinných obrazců. Stejnolehlost - užití.
22. Věty Euklidovy a věta Pythagorova. Znění, důkazy vět, jejich vzájemná ekvivalence. Druhy důkazů věty Pythagorovy. Obrácená a zobecněná věta Pythagorova. Metodika výkladu. Užití vět.
23. Vektory v učivu SŠ. Různé způsoby zavedení pojmu vektor. Operace s vektory.
24. Analytická geometrie lineárních útvarů. Afinní analytická geometrie. Metrické vlastnosti. Význam a úloha skalárního součinu. Analytická geometrie v prostoru.
25. Analytická geometrie kuželoseček. Kružnice a kruh a jejich analytické vyjádření. Odvození rovnic kuželoseček. Přímka a kuželosečka.
26. Stereometrie v učivu SŠ. Polohové vlastnosti bodů přímek a rovin. Volné rovnoběžné promítání. Řezy těles. Metrické vlastnosti. Metodika řešení stereometrických úloh (polohových, metrických).
27. Míra geometrických útvarů. Pojem míry, obsah a rozsah výkladu učiva - délka úsečky, obsahy a obvody obrazců, objemy a povrchy těles, míry úhlů (stupňová, oblouková).
28. Otázky kombinatoriky na SŠ. Kombinace a variace bez opakování i s opakováním, permutace. Vlastnosti kombinačních. čísel. Binomická věta. Pascalův trojúhelník.
29. Pravděpodobnost na SŠ. Náhodné pokusy. Pravděpodobnosti jevů. Nezávislé jevy. Nezávislé pokusy. Binomické rozdělení.
30. Statistika na střední škole; četnosti, histogramy, rozdělení četností. Charakteristiky polohy a rozptýlení (modus, medián, aritmetický a geometrický průměr, variační šíře, rozptyl a směrodatná odchylka).

Literatura

V. Jarník: Diferenciální počet I, II
I. Černý: Matematická analýza I, TU Liberec 1985
J. Veselý: Matematická analýza pro učitele, 1. díl, Matfyzpress Praha, 1997
I. Kopáček: Matematika pro fyziky I, skriptum MFF UK
Lukeš, J.: Teorie míry a integrálu - skriptum MFF UK v Praze
Jarník, V.: Integrální počet I, II. Academia Praha
Demidovič, B.P.: Sbornik zadač i upražnenij po matematičeskomu analizu.
Půlpán, Z.: Teorie míry - skriptum PdF v HK
F. Kuřina: 10 pohledů na geometrii, MÚ AVČR, 1996
Vyšín, J. a kol.: Geometria pre PF II, SPN Bratislava 1966.
Sekanina, M. a kol.: Geometrie I, SPN Praha 1986.
Sekanina, M. a kol.: Geometrie II, SPN Praha 1988.
Blažek,J. a kol.: Algebra a teoretická aritmetika I
Katriňák a kol.: Algebra a teoritická aritmetika I

MacLane - Birkhoff: Algebra
Procházka a kol: Algebra
Blažek a kol.: Algebra a teoretická aritmetika, 2. díl
Šalát a kol.: Algebra a teoretická aritmetika, 1. a 2. díl
Kupka J.: Svazy a Booleovy algebry
Bican L.: Algebra
D. M. Vinogradov: Základy theorie čísel
Hejný, M. a kol.: Teória vyučovania matematiky
Osnovy, učebnice a metodické příručky k nim (SŠ a ZŠ)
Mikulčák, J.: Didaktika matematiky, skriptum
Květoň, P.: Kapitoly z didaktiky II., III., Ostrava 1986, Ostrava 1990
Vybrané články z časopisů: Matematika, fyzika, informatika ve škole, Pokroky MFA, Rozhledy, Učitel matematiky.